

Théorie des champs conceptuels

Vergnaud

Pour quoi faire?

« une théorie cognitive qui vise à fournir un cadre cohérent et quelques principes de base pour l'étude du développement et de l'apprentissage des compétences complexes, notamment de celles qui relèvent des sciences et des techniques » (Vergnaud, 1996)

- Buts
 - fournir un cadre permettant de comprendre les filiations et les ruptures entre les connaissances
 - rendre compte du processus de conceptualisation des structures mathématiques

Définitions (Vergnaud)

Le champ conceptuel

« un espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion, ainsi que les représentations langagières et symboliques susceptibles d'être utilisées pour les représenter »

Le schème

« l'organisation invariante de la conduite pour une classe de problèmes donnée »

« c'est dans les schèmes qu'il faut rechercher les connaissances en acte du sujet, c'est-à-dire les éléments cognitifs qui permettent à l'action du sujet d'être opératoire »

Concepts et schèmes

Apprentissage / enseignement

- Un concept ne peut être réduit à sa définition
 - C'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant
 - 2 classes de situations
 - Celles pour lesquelles le sujet dispose des compétences nécessaires
 - Celles pour lesquelles le sujet ne dispose pas des compétences nécessaires: exploration, réflexion
- } Fonctionnement différent des schèmes

Concepts

- Triplet de 3 ensembles
 - S: l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept (la référence)
 - I: l'ensemble des invariants (propriétés) sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes (le signifié)
 - S: l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant)

Exemples de champs conceptuels

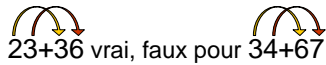
- Une situation d'achat à l'unité peut donner lieu à un problème reconnu comme relevant
 - de la multiplication
 - Quel est le prix de 15 objets valant 3€ l'un?
 - de la division
 - Quel est le prix d'un objet si je sais que j'ai payé 15 de ces objets pour 45€?
 - de la proportionnalité
 - Quel est le prix de 15 objets valant 6€ les deux?



Champs conceptuels des structures multiplicatives

Exemple concept: additivité

- 6 situations additives (voir plus loin)
- invariants
 - Vrai: commutativité, associativité
 - Faux: ordre d'addition des chiffres indifférent


23+36 vrai, faux pour 34+67

- Formes langagières
 - plus, et, synonymes
 - symbole +

Fonctionnement des schèmes

- Situation/compétences
 - Conduites automatisées
 - Organisation autour d'un schème unique
- ⇒ *Automatismes*
- Situations/absence de compétences
 - Amorçage successif de différents schèmes
 - Compétition entre schèmes
 - Accommodation des schèmes
- ⇒ *Découvertes*

Un exemple de schème: le dénombrement d'une petite collection

- Enfant de 5 ans
- Variation de la forme du schème "dénombrement"
 - des bonbons
 - des assiettes sur une table
 - des personnes assises de manière éparse
- Organisation invariante
 - Coordination du mouvement des yeux et des gestes du doigt et de la main
 - Énoncé coordonné de la suite numérique
 - Cardinalisation de l'ensemble dénombré par soulignement tonique ou par répétition du dernier mot-nombre prononcé

Évolution des schèmes

- Schème inefficace dans certaines situations
 - Changement de schème
 - Modification du schème
- Piaget: les schèmes sont au cœur du processus d'adaptation des structures cognitives
 - Assimilation
 - accommodation



Les schèmes reposent sur une conceptualisation implicite

Exemple d'un schème-algorithme: l'addition des nombres entiers

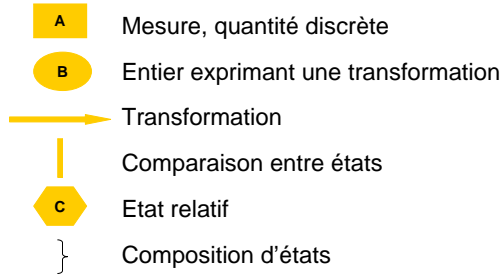
- Commencer par la colonne des unités, la plus à droite
- Continuer par la colonne des dizaines, des centaines,...
- Calculer la somme des nombres dans chaque colonne. Si la somme des nombres dans une colonne est inférieure à dix, inscrire cette somme sur la ligne du total (ligne du bas). Si elle est égale ou supérieure à dix, écrire seulement les chiffres des unités de cette somme et retenir le chiffre des dizaines, que l'on reporte en haut de la colonne immédiatement située à gauche, pour l'ajouter aux autres nombres de cette dernière colonne
- Et ainsi de suite en progressant de droite à gauche, jusqu'à épuisement des colonnes

⇒ Explication quasiment impossible pour les enfants

Exemple des structures additives

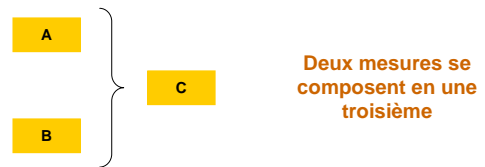
- Vergnaud distingue 6 classes de structures additives
 - Deux mesures se composent en une troisième
 - Une transformation opère sur une mesure pour donner une mesure
 - Relation quantifiée statique entre deux mesures: comparaison
 - Deux transformations se composent en une transformation
 - Une transformation opère sur un état relatif pour donner un état relatif
 - Deux états relatifs (relations) se composent pour donner un état relatif

Légende des schémas



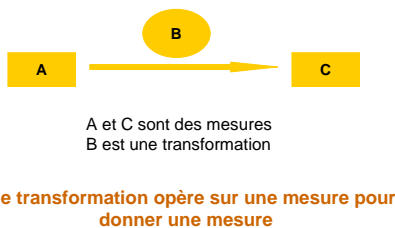
Exemple 1

Paul a 6 billes en verre dans sa poche droite et 8 billes en acier dans sa poche gauche. Combien de billes a-t-il en tout?



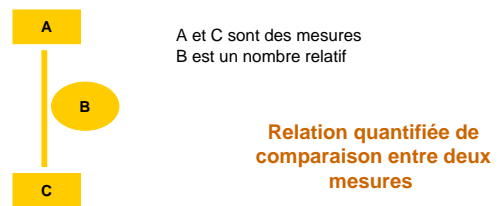
Exemple 2

Paul avait 7 billes avant de jouer. Il a gagné 4 billes. Combien en a-t-il maintenant?



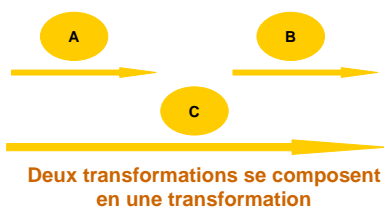
Exemple 3

Paul a 8 billes. Jacques en a 5 de moins. Combien Jacques a-t-il de billes?



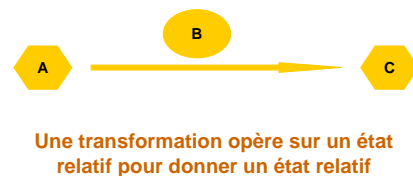
Exemple 4

Paul a gagné 6 billes hier et il en a perdu 9 aujourd'hui. Combien en a-t-il gagné ou perdu en tout ?



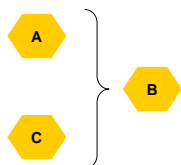
Exemple 5

Paul devait 6 billes à Henri. Il lui en rend 4. Combien lui en doit-il encore ?



Exemple 6

Paul doit 6 billes à Henri mais Henri lui en doit 4. Combien Paul doit-il de billes à Henri ?



Deux états relatifs (relations)
se composent pour donner
un état relatif

Difficultés liées à la 2^{ème} catégorie



Une transformation opère sur une mesure pour donner une mesure

- Décomposition en 6 classes de problèmes
 - Selon que la transformation B est positive ou négative
 - Selon qu'elle porte sur
 - l'état final C (A et B sont connus)
 - sur la transformation B (A et C sont connus)
 - et enfin sur l'état initial A (B et C sont connus)

Les facteurs de difficulté

- Soustractions impossibles
- Difficulté du calcul nécessaire à la résolution
- Difficulté de la procédure de résolution
- Ordre et présentation des informations
- Type de contenu et relations envisagées

Classez les problèmes (CE2) ci-dessous:

1. Dans un magasin, un jouet vaut 15 €. Il vaut 23€ dans un autre magasin. De combien est-il plus cher dans le deuxième magasin ?
2. Sophie joue au jeu de l'oie. Elle vient de reculer de 5 cases et se trouve sur la case 12. De quelle case est-elle partie ?
3. Dans un bouquet, il y a 8 roses et 7 iris. Combien y a-t-il de fleurs ?
4. Lionel a 37 ans. Sa fille a 7 ans. Quel âge avait-il quand elle est née ?
5. Au jeu de l'oie, Julie joue deux coups. A deuxième coup, elle avance de 9 cases. Au total, elle s'aperçoit qu'elle a reculé de 4 cases. Que s'était-il passé au premier coup ?
6. Bernard possède 25 petites voitures. Il en a 5 de plus (ou de moins) que Charles. Combien Charles en a-t-il ?
7. Elise a 7 ans. Sa sœur Mélanie a 4 ans de plus. Quel âge a Mélanie ?
8. Aujourd'hui j'ai dépensé 44 €. Cet après midi, j'ai dépensé 13 €. Combien ai-je dépensé ce matin ?